Optics Japan '99 講演予稿集

24pMO2

フラクタル光学

—光によるフラクタル解析からフラクタルな光波の生成まで—

Fractal optics

—From optical analysis of fractals to generation of fractal optical waves—

魚住　純
Jun Uozumi

北海学園大学工学部
Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

Since the advent of the concept of fractal, a number of optical researches have been conducted with respect to a variety of fractal structures. Among them, the most active are studies of optical properties of waves diffracted or scattered from fractal structures. There are two aims in those studies: analysis or evaluation of fractals by optical means, and development of new optical devices on the basis of fractal structures. Recently, the author's group are particularly concerened with a new type of fractal optics research: generation of optical waves that have fractal properties. In this paper, those major topics in fractal optics are reviewed.

1 まえがき

一見無秩序に見える自然界の造形や様々なランダム現象にも，スケール不変性というある種の秩序が存在することをB. Mandelbrotが体系的に明らかにしたのは，1977年（仏語では1975年）[1]のことであった．そして，その2年後，M. V. Berry[2]は，フラクタルによって変調を受けた波動をdiffractalと名付け，その特性を論じた．この論文を契機として，種々のフラクタル構造にコヒーレントな波動を照射することによって生じる諸現象の研究が盛んに行われてきた.[3–5] 物理化学的過程によって生じる多くの現象や生体の組織構造などにフラクタルがかなり普遍的に存在していること，また，そうでありながら，従来ほとんど認識されていなかった特異な性質をフラクタルが示すことが，そのアクティブな研究の背景にある．

これまで，フラクタルに対する光学的研究は様々な側面から行われてきた．その中心にあるのが，フラクタル構造が光波に与える影響や効果の解析である．そこには，現象に対する基礎光学的な興味に加えて，光波によるフラクタル構造のセンシングという応用的視点がある．光波による回折・散乱・干渉などの諸現象が物体の幾何学的・統計的特性を計測するのに重要であるということは，そのままフラクタル構造に対しても当てはまり，フラクタル位相スクリーン，フラクタル開口，フラクタル多重散乱媒質など，多くのフラクタル構造によって生じるdiffractalの性質が解析されてきた．

フラクタル構造によって生じる光学現象の研究には，このような計測的側面に加えて，フラクタルを利用した新しい機能性光学素子の可能性を探る視点がある．Cantor多層膜構造などの規則的フラクタル構造を対象とする研究は，このような視点にウェイトを置くものが多い．また，最近の光学的非線形性や光学的利得を持つフラクタル構造の研究も，このような応用を目指している．

筆者らは最近，これらとは異なる視点を持つ研究として，フラクタル的特性を有する光波を生成し，その応用の可能性を探る研究を行っている．この講演では，筆者らが行ってきた研究を中心に，このような「フラクタル光学」の概要とその流れについて簡単に紹介する．

2 フラクタル構造の光学的解析

フラクタルの概念の登場は，それまで通常の統計的扱いさえも難しいとされてきた複雑な構造に対し，フラクタル次元などのパラメータによる定量的扱いを可能にした．それゆえ，このようなフラクタル的構造パラメータを光学的に計測する方法の研究が多く行われてきた．

最もよく研究の対象となる構造として，質量（ないしは，光波の振幅透過率や散乱断面積など）の空間的分布がフラクタル構造をとる場合がある．このような構造は質量フラクタルと呼ばれ，そのフ

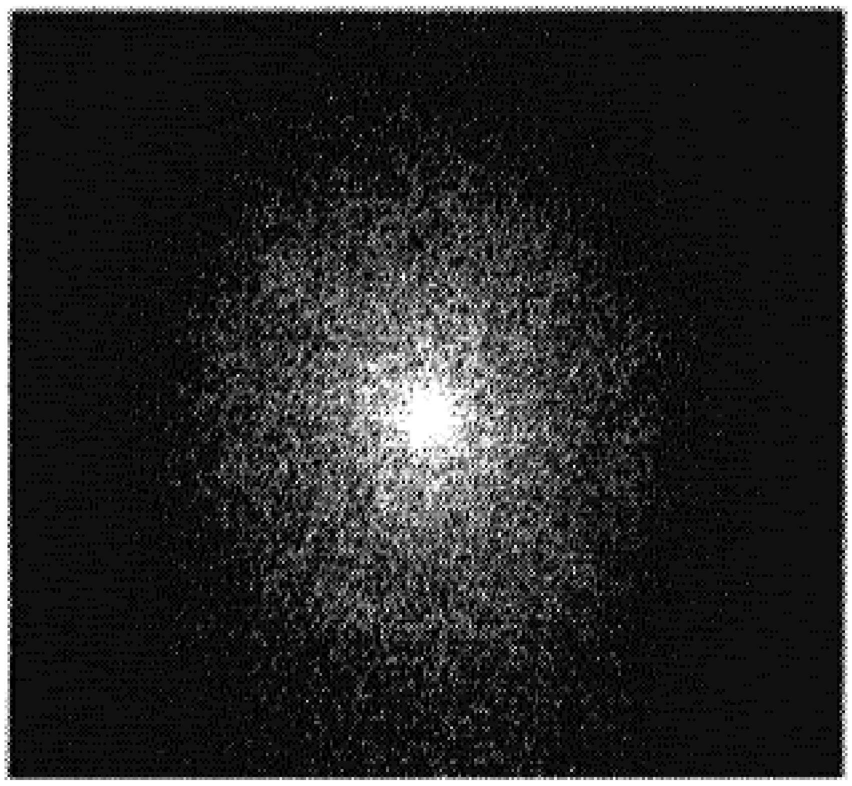

Fig. 1. Fraunhofer diffraction pattern produced by a random fractal aperture acting as a mass fractal. The average intensity distribution of this pattern obeys a power law with its exponent equal to the negative of the fractal dimension of the aperture.

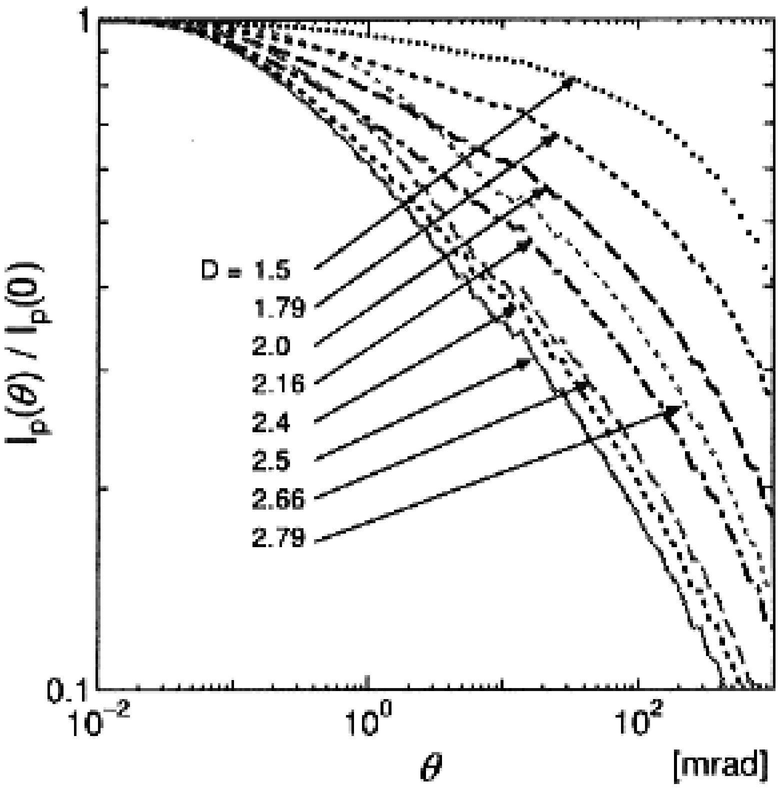

Fig. 2. Results of computer simulations for the coherent peak intensities $I_p(\theta)$ of the enhanced backscattering from multiple scattering media with fractal particle density distributions. Variations are shown as a function of the backscattering angle θ for different fractal dimensions D of the media as indicated in the figure.

ラクタル性は質量次元 D（フラクタル次元の一つ）によって表される．このような構造による散乱が単散乱的である場合，そのフラウンホーファー回折，ないしは前方小角散乱の強度分布は q^{-D} という簡単なべき関数となる.[6] ただし，q は，散乱角ないしは空間周波数である．Fig. 1は，ランダムなフラクタル開口によるフラウンホーファー回折パターンである.[7] 中心強度（低空間周波数成分）が強く，周辺（高空間周波数）になるに従って強度が低くなるべき関数的特性が現れている．

質量フラクタルの重要な性質は，その質量の空間相関がべき関数となることである．これは，短距離から長距離まであらゆる相関長をもつ成分が存在することを意味しており，それゆえ,「特徴的なスケールがない」構造と言われる．このことは，質量が極めて密な領域から極めて希薄な領域まで広い範囲にわたる密度が空間的に分布していることをも意味している．フラウンホーファー強度分布，すなわちパワースペクトルがべき関数となることは，明らかにこのようなべき関数的相関特性が反映したものである．

このような質量フラクタルと並んで重要な構造として，物体の表面がフラクタルとなっている場合がある．このようなフラクタル面は，入射するコヒーレントな光波に対して，フラクタル位相スクリーンとして作用する．それゆえ，フラクタル位相スクリーンによる散乱場の統計的特性が詳しく調べられている.[2] 一方，より実用的な計測法としての観点から，フラクタル面に投影したアレイ状の光点の変位から，面のフラクタルパラメータを求める研究も行われている．[8]

質量フラクタルであっても，散乱媒質が3次元的に広がり，多重散乱が支配的になるような状況では，前方小角散乱による測定はもはや有効ではない．しかし，このような場合にも，後方多重散乱現象におけるコヒーレント効果として知られている後方散乱エンハンスメント現象を利用することによって，媒質のフラクタル次元の情報を得ることができる[9,10] Fig. 2は，質量次元の異なるいくつかの媒質に対して，後方散乱のエンハンスメントピーク強度 $I_p(\theta)$ を計算機シミュレーションにより求めた結果である．両対数表示されたピークの肩の傾斜が媒質のフラクタル次元 D に依存して変化していることが分かる.[10]

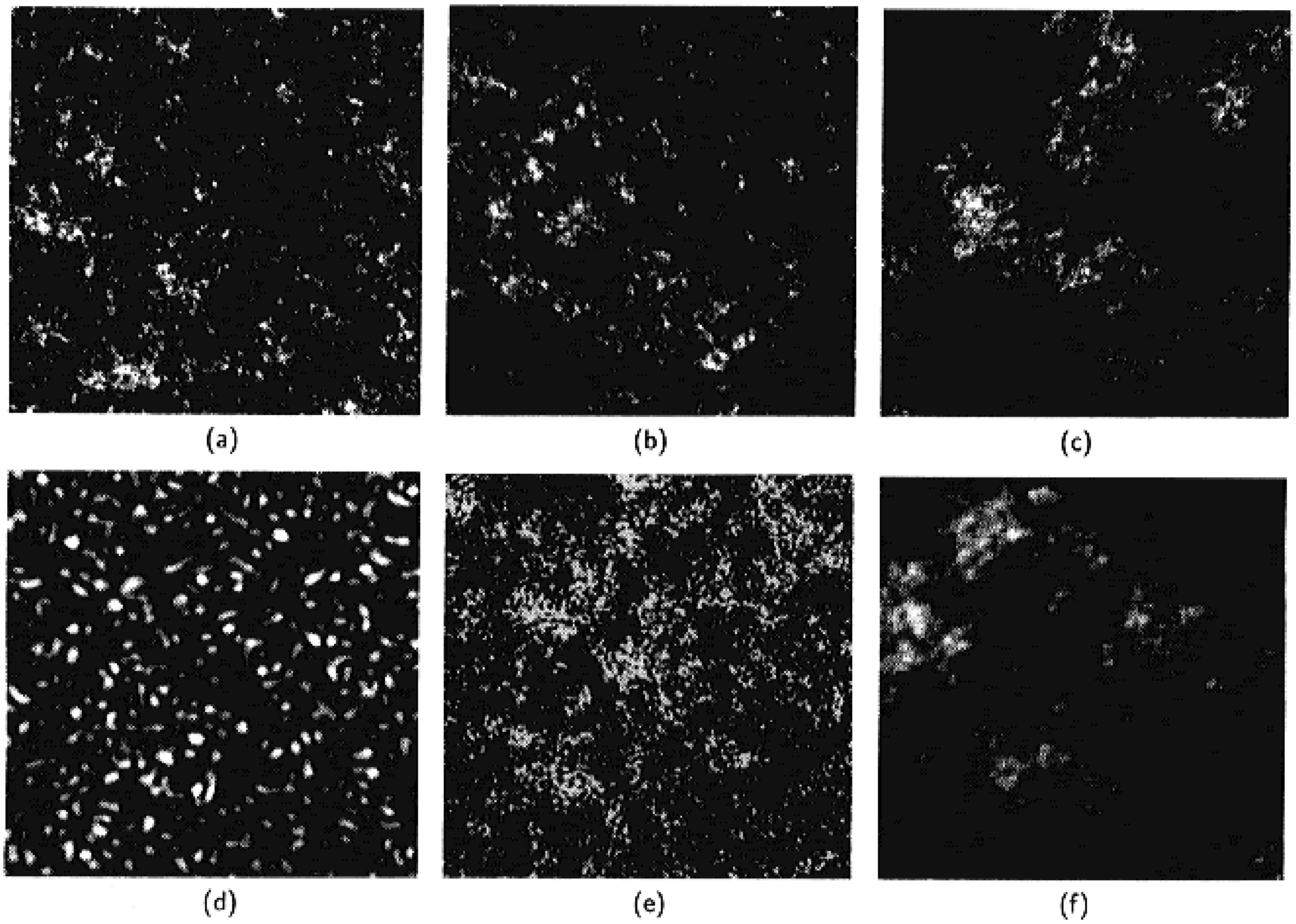

Fig. 3. (a)–(c) Fractal speckle patterns produced in the Fraunhofer diffraction region of a ground glass diffuser, with different fractal dimensions of D_s = (a) 0.4, (b) 1.0 and (c) 1.6; (d) a typical speckle pattern produced by illuminating the diffuser with a circular aperture; (e) a fractal speckle pattern procuded in the image plane of the diffuser; and (f) a four-times magnified portion of the pattern in (c).

3 フラクタル光波の生成

筆者らは最近，それ自体がフラクタルとなる，あるいは少なくともそれに近い性質を持つ光の場を生成する方法について検討を行っている.[11–15] そのような光波の性質は，アカデミックな興味のみならず，フラクタルの光学的応用に繋がる可能性を持っていると考えるからである.

一つの方法として，スリガラスなどの散乱粗面によって回折場に生じるスペックルパターンをフラクタル化する方法を考える．十分に小さな空間相関長を持つ粗面によって回折場に生じるスペックルパターンは，その複素振幅が複素ガウス確率過程に従い，Van Cittart-Zernike の定理と相似な性質として，その強度相関は粗面に対する照射強度分布のフーリエ変換によって与えられることが知られている．したがって，照射強度分布としてべき関数を用いることにより，生じるスペックルの強度相関もまた，そのフーリエ変換としてのべき関数となるはずであり，そのようなスペックルパターンはフラクタル的性質を示すと予想される．べき関数的照射強度分布は，Fig. 1 のような質量フラクタルからの遠方散乱場によって簡単に実現できる.

この方法によって，スリガラスのフラウンホーファー回折場に生成したスペックルパターンを Fig. 3(a)–(c) に示す．これらのスペックルパターンは，Fig. 3(d) に示す通常のスペックルパターンとは異なり，極めて小さなスペックルスポットから，大きな広がりを持つスペックルのクラスターまで異なるスケールの構造を含んでいるため,「平均スペックル径」が定義できない．これは，特徴的な大きさを持たないというフラクタル特有の性質そのものである．また，Fig. 3(c) とその一部の拡大したパターン Fig. 3(f) は，統計的に同じように見え，統計的自己相似性を示している.[12)]

この強度分布のフラクタル次元 D_s は，散乱粗面への照射強度のべきの指数を $-D$ とすると，$D_s = 2D-2$ で与えられる.[11] Fig. 3(a)-(c) は，D_s =(a)0.4, (b)1.0, (c)1.6 の場合である．このように，この方法では，生成する強度分布のフラクタル次元が制御可能である．また，同様なフラクタル的スペックルパターンは，粗面のフレネル回折場や結像系の像面にも生成できる．像面に生じたパターンの例を Fig. 3(e) に示す．さらに，回折場においては，Fig. 3(a)-(c) のような光軸に垂直な平面内の強度分布に加えて，光軸方向にもフラクタル性を示すことが分かっている.[14]

4 フラクタル光波の応用

フラクタル的光波は，どのように応用できるだろうか．粗面物体の結像面に生じるスペックルをフラクタル化させると，その空間相関が広範囲に分布することから，スペックルの空間相関を利用した従来の計測法の測定レンジの大幅な拡大が期待できる.[15] また，フラクタル的強度分布は，それを光強度を利用した光学的構造形成技術に適用することにより，所望のフラクタル次元を持つ構造体の形成に応用できる可能性が高い．フラクタルな構造が，多孔質物質の微粒子吸着性や撥水性など，種々の材料の機能性に重要な役割を演じていることを考えると，光学的なフラクタル造形法は興味あるテーマであろう．微粒子の凝集反応などの通常の物理的過程では，形成される構造のフラクタル次元がその過程の物理的機構によって固定されていることが多い．次元の制御が可能な光学的フラクタル造形法は，もしそれが実現されるなら，この点からも大きなメリットを持っている．

5 むすび

フラクタルの持つスケールの不変性は，具体的には，その構造が高密度から低密度まで異なる密度の部分を含んでいることを意味する．これが，散乱場において，強度の極めて高い領域と低い領域，あるいは相関の極めて長い領域と短い領域を生み出す要因となっている．このようなスケールの広い光学特性は，光デバイスへの応用という光工学的観点から魅力的である．

また，直線スリットや円形開口による回折が比較的単純な物体の光学的性質を理解する上で重要であるのと同様に，複雑な物体をフラクタルとして捉えることは，生体組織などのように広いスケールにわたる内部構造を持つ物体の第一近似としての重要な意味を持っている．このような広い観点からも，フラクタル構造の光学的性質を理解し，さらにフラクタル的な光学現象の可能性を探るフラクタル光学の今後の展開に期待したい．

参考文献

1) B. B. Mandelbrot, *Fractals: Form, Chance and Dimension* (Freeman, New York, 1977); *Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension* (Flammarion, Paris, 1975).
2) M. V. Berry, *J. Phys. A: Math. Gen.* **12**, 781 (1979).
3) 魚住　純，朝倉利光，光学，**22**, 8 (1993).
4) J. Uozumi and T. Asakura, *Current Trends in Optics*, ed. J. C. Dainty (Academic, London, 1994), p. 83; *Optical Storage and Retrieval — Memory, Neural Networks, and Fractals*, ed. F. T. S. Yu and S. Jutamulia (Marcel Dekker, New York, 1996) p. 283.
5) 魚住　純，応用物理，**67**, 1270 (1998).
6) J. Feder, *Fractals* (Plenum, New York, 1988).
7) J. Uozumi, H. Kimura and T. Asakura, *Waves in Random Media* **1**, 73 (1991).
8) N. Wada, J. Uozumi and T. Asakura, *Opt. Commun.* **130**, 122 (1996); *Opt. Commun.* **166**, 163 (1999).
9) K. Ishii, T. Iwai J. Uozumi and T. Asakura, *Appl. Opt.* **37**, 5014 (1998).
10) J. Uozumi and T. Saito, *Proc. SPIE* **3740**, 557 (1999).
11) K. Uno, J. Uozumi and T. Asakura, *Opt. Commun.* **124**, 16 (1995).
12) J. Uozumi, M. Ibrahim and T. Asakura, *Opt. Commun.* **156**, 350 (1998).
13) J. Uozumi, K. Tsujino, E. Miyasaka and M. Ibrahim, *Proc. SPIE* **3749**, 322 (1999).
14) 辻野賢治，魚住　純，Optics Japan '99 予稿集.
15) 宮坂英太，魚住　純，Optics Japan '99 予稿集.