

## インピーダンス変換に基づく3次元声道モデルの音響特性の計算手法

元木 邦俊\*・松崎 博季\*

### A Method for Calculating Acoustic Characteristics of Three-dimensional Vocal Tract Model Based on Impedance Transformation

Kunitoshi MOTOKI\* and Hiroki MATSUZAKI\*

#### Abstract

This paper presents a new method for calculating the acoustic characteristics of a three-dimensional vocal tract model. A cascaded structure of acoustic tubes, connected asymmetrically with respect to their axes, is introduced as an approximation of the vocal tract geometry. An impedance transformation technique with adjusting the number of higher-order modes at each section is presented. The first impedance matrix given is a modal radiation impedance matrix at the radiation end, which is a generalized form representing the radiation with higher-order modes. The modal parameters of each section is obtained after calculating the impedance matrices of all sections. The computational results for a 5-section configuration which approximates an occlusion at the teeth are discussed.

#### 1. はじめに

MRI などによる声道の3次元形状の観測が可能となってきたが、その音響特徴を求めるためには、従来と変わらず1次元モデルが用いられることが多い。観測された実声道に近い形状モデルを用いて FEM (Finite Element Method) [3] や TLM (Transmission Line Matrix)

---

\* 北海学園大学工学部  
\* Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University  
E-mail: motoki@eli.hokkai-s-u.ac.jp

[2]による数値シミュレーションが行なわれており、これらの結果は声道の3次元形状が伝達特性に大きな影響を与えることを示している。FEMやTLMは、与えられた形状の詳細な音響特徴を分析するのに適しているが、通常、非常に大きな計算コストが必要であり、コンパクトな音声表現のために用いることは困難である。

一方、著者等は、3次元形状の特徴をある程度表現できるパラメトリックなモデルとして、モードマッチング法に基づいた新たな声道モデルを既に提案している[2], [3]。このモデルでは、声道の3次元形状を多数の矩形音響管の非対称な縦続接続として形状近似し、エバネッセントモードを含む高次モードを考慮して管内音場を表現している。同一の断面積関数を与えても、各区間の配置状態によって伝達特性が変化し、また高次モードを考慮することにより伝達特性上に新たな極や零点が発生することが明らかとなっている。しかしながら、各区間内部の状態は伝送散乱行列で表現されているため、各区間で考慮するモード数を常に一定にする必要があり、狭めの区間では、エバネッセントモードの影響で計算が不安定になる傾向があった。また、鼻音や流音のような声道中に分岐を有する形状に対して適用することが困難であった。

本論文では、上記の問題点を解決するために声道各部の状態をインピーダンス行列により表現する。開口面の形状から決まる放射インピーダンス行列を声道モデルの電氣的等価回路表現に基づいてインピーダンス変換し、音源入力部における入力インピーダンス行列を求めるものである。これにより、外部への音響放射パワーが求められる。各区間の接続部でのモード結合を表現する理想変成器を適切な特性インピーダンスで終端することで、区間毎に異なるモード数を考慮することが可能となる。狭めに対応する区間では、断面形状が著しく小さくなることから平面波成分のみを考慮し、形状変化の激しい部分や広い区間では複数の高次モードを考慮することができる。また、分岐部分に関しては、モード展開表現が困難なことから平面波成分のみを用いることが可能である。数値計算例として、門歯での咬合を模擬した形状に対して本手法を適用した結果を示す。

## 2. モード展開表現の電氣的等価回路

### 2.1 高次モードの等価線路

矩形管内部の音圧 $p(x, y, z)$  ( $z$ を管軸方向とする)と $z$ 方向の粒子速度 $v_z(x, y, z)$ は次のようにモード展開表現できる。

$$p(x, y, z) = \sum_{m, n=0}^{\infty} (a_{mn} e^{-\gamma_{mn} z} + b_{mn} e^{\gamma_{mn} z}) \phi_{mn}(x, y) \quad (1)$$

$$\approx \phi^T(x, y) \{D(-z)\mathbf{a} + D(z)\mathbf{b}\}$$

$$v_z(x, y, z) = \sum_{m, n=0}^{\infty} Y c_{mn} (a_{mn} e^{-\gamma_{mn} z} - b_{mn} e^{\gamma_{mn} z}) \phi_{mn}(x, y) \quad (2)$$

$$\approx \phi^T(x,y)Y_C\{D(-z)\mathbf{a} - D(z)\mathbf{b}\}$$

ここで、 $m, n$ はモード番号、 $\gamma_{mn}, Y_{Cmn}$ は伝搬定数、及び特性アドミタンス、 $\phi_{mn}(x,y)$ は固有関数である。また、 $a_{mn}, b_{mn}$ は、境界条件から定まるモード音圧の前、後進波成分である。行列形式では、以下のように置いている。

$$\begin{aligned} \phi(x,y) &= \{\phi_{mn}(x,y)\}, \mathbf{a} = \{a_{mn}\}, \mathbf{b} = \{b_{mn}\} \\ D(z) &= \text{diag}[\exp(\gamma_{mn}z)], Y_C = \text{diag}[Y_{Cmn}] \end{aligned}$$

$D(-z)$ は、伝搬モードの位相遅れ又は、エバネッセントモードの減衰を表す対角行列である。式(1)、(2)の行列形式での近似は、考慮する高次モード数を適当な値で打ち切ることを表している。 $\mathbf{P}(z), \mathbf{V}(z)$ をそれぞれ、モード音圧、モード粒子速度として次のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(z) &= D(-z)\mathbf{a} + D(z)\mathbf{b} \\ \mathbf{V}(z) &= Y_C\{D(-z)\mathbf{a} - D(z)\mathbf{b}\} \end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{P}(z)$ と $\mathbf{V}(z)$ の各成分を位置 $z$ における電圧、電流に対応させると、各高次モードには、独立した伝送線路が電氣的等価回路として対応する。式(3)より、 $z=0$ と $z=L$ における $\mathbf{P}(z), \mathbf{V}(z)$ は、次の縦続接続行列で表現できる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{P}(0) \\ \mathbf{V}(0) \end{bmatrix} &= \mathbf{K}(L) \begin{bmatrix} \mathbf{P}(L) \\ \mathbf{V}(L) \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}(L) &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} D(L)+D(-L) & Y_C^T\{D(L)-D(-L)\} \\ Y_C\{D(L)-D(-L)\} & D(L)+D(-L) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

エバネッセントモードに対しては、特性インピーダンスが虚数、伝搬定数が実数となる線路が対応する。これらは、図1に示す等価なT型集中定数回路で表すこともできる。 $Z_1, Z_2, Z_3$ は、以下のようになる。

$$Z_1 = Z_2 = Z_{Cmn} \frac{\cosh(\gamma_{mn}L) - 1}{\sinh(\gamma_{mn}L)}, \quad Z_3 = Z_{Cmn} \frac{1}{\sinh(\gamma_{mn}L)} \quad (5)$$

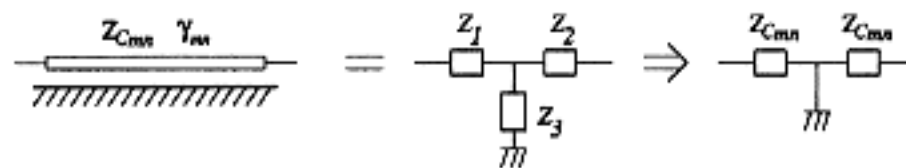


Figure 1 Equivalent circuit for evanescent mode.

ここで、 $Z_{c_{mn}}=1/Y_{c_{mn}}$ である。 $\gamma_{mn}L \gg 1$ の場合には、 $Z_1=Z_2 \rightarrow Z_{c_{mn}}, Z_3 \rightarrow 0$ となり、そのモードに関して2点間のパワの伝送は生じない。このような高次モードは、接続部での境界条件を満足するために存在するが、その影響は極めて局所的である。しかしながら、短い音響管( $Z_3 \neq 0$ )の場合は、エバネッセントモードであっても音響パワーの伝送に関与する場合があります。

## 2.2 接続面でのモード結合

各区間の接続部では、モード間の相互結合が生じる。声道モデルに用いる音響管では様々な接続形状が現れるが、I. 一方の管が他方の管に完全に含まれる場合(包含的接続)、及びII. 両管の一部が接続面となる場合(部分的接続)の2つに分けて考えることができる。ここでは、各管の諸量を添字1, 2を付けて表すものとする。

### 2.2.1 I. 包含的接続の場合

$\Omega_1, \Omega_2$  (ただし、 $\Omega_1 \subset \Omega_2$ ) を各管の断面とし、 $z$ の原点を接続面に設定すると、接続面上での境界条件は、 $\Omega_1$ 上で $p_1=p_2, v_{z1}=v_{z2}$ 、 $\Omega_2-\Omega_1$ 上で $v_{z2}=0$ であるから、行列形式で以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \phi_1^T \{a_1 + b_1\} &= \phi_2^T \{a_2 + b_2\} && \text{on } \Omega_1 \\ \phi_1^T Y_{c1} \{a_1 - b_1\} &= \phi_2^T Y_{c2} \{a_2 - b_2\} && \text{on } \Omega_1 \\ \phi_2^T Y_{c2} \{a_2 - b_2\} &= 0 && \text{on } \Omega_2 - \Omega_1 \end{aligned} \quad (6)$$

上式に左から $\phi_1$ を乗じて、第3式を考慮して $\Omega_1$ 上で積分すると、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} P_1 &= \Phi_{12} P_2 \\ \Phi_{12}^T V_1 &= V_2 \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、行列 $\Phi_{12}$ を以下のように定義している。

$$\Phi_{12} = \iint_{\Omega_1} \phi_1 \phi_2^T dS \quad (8)$$

接続面は、無損失でエネルギーの蓄積が一切ない部分である。このような性質を有する電気的等価回路素子として理想変成器があり、変成比を表す行列を $T$ とすると、一般に次のように書ける。

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(7), (9)を比較すると、 $\Phi_{12} = T^T$ である。つまり、両管の各モードに対応する線路が、モード結合の強さを表す変成比 $\Phi_{12}$ の理想変成器で結合されることを表している。

## 2.2.2 II. 部分的接続の場合

図2のように2つの管が部分的に接続面を共有している場合は、両管に完全に包含されている仮想的な短管を考えることで、そのモード結合の強さを求めることができる。図3のように諸量を定義すると、以下の関係が成立する。

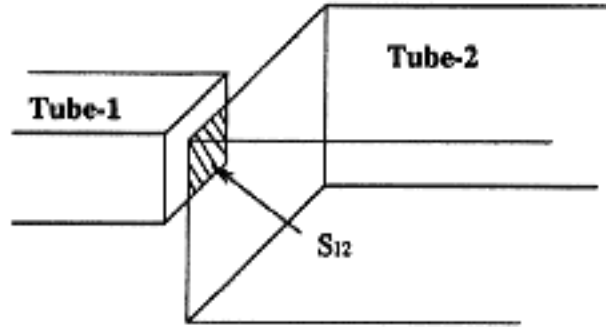


Figure 2 Junction with partial common area.

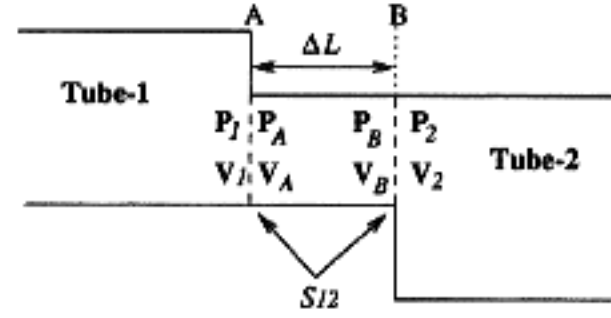


Figure 3 A hypothetical short tube inserted between two tubes.

接続面 A :

$$\begin{bmatrix} P_A \\ V_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A^T & 0 \\ 0 & T_A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ V_1 \end{bmatrix}, \quad T_A^T = \iint_{S_{11}} \phi_A \phi_A^T dS \quad (10)$$

接続面 B :

$$\begin{bmatrix} P_B \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_B^T & 0 \\ 0 & T_B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ V_2 \end{bmatrix}, \quad T_B^T = \iint_{S_{12}} \phi_B \phi_B^T dS \quad (11)$$

A-B間 :

$$\begin{bmatrix} P_A \\ V_A \end{bmatrix} = K(\Delta L) \begin{bmatrix} P_B \\ V_B \end{bmatrix} \quad (12)$$

$\Delta L \rightarrow 0$ とすると、次の関係が得られる。

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_B T_A^{-1})^T & 0 \\ 0 & (T_B T_A^{-1})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(13)は、変成比  $T = T_B T_A^{-1}$  であるような理想変成器がこのような接続部分の等価回路であることを示している。なお、ここでは、考慮するモードが適切に選ばれているものとして、 $T_A^{-1}$ 、 $T_B^{-1}$  の存在を仮定している。

### 3. インピーダンス変換

モードに関するインピーダンス行列 $Z(z)$ を次のように定義する。

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{Z}(z)\mathbf{V}(z) \quad (14)$$

本節では、声道モデル各部での基本的なインピーダンス変換について述べた上で、各区間で考慮するモード数を独立に設定する方法を示す。最終区間で与えられる放射インピーダンス行列を音源側に向かって変換していき、音源駆動部での入力インピーダンス行列を求めるものである。音源部での入力インピーダンス行列から、放射パワーを求めることができる。

#### 3.1 基本的なインピーダンス変換

##### 3.1.1 管部

図4のようにモード展開に基づいて等価回路表現された長さ $L$ の音響管の左右端における諸量を上付添字 $^{(L)}$ ,  $^{(R)}$ を付けて表すものとする、以下の関係が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{(L)} \\ \mathbf{V}^{(L)} \end{bmatrix} = \mathbf{K}(L) \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{(R)} \\ \mathbf{V}^{(R)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}^{(L)} = \mathbf{Z}^{(L)}\mathbf{V}^{(L)} \quad (16)$$

$$\mathbf{P}^{(R)} = \mathbf{Z}^{(R)}\mathbf{V}^{(R)} \quad (17)$$

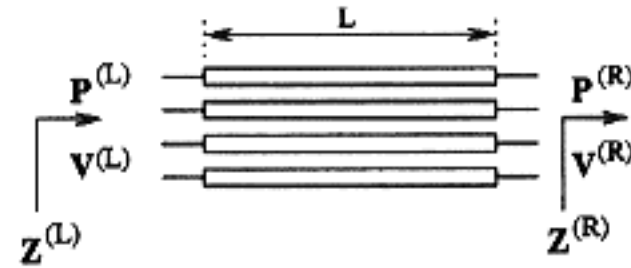


Figure 4 Impedance transformation by transmission lines.

これらの関係より、インピーダンス変換は以下のように求められる。

$$\mathbf{Z}^{(L)} = \{\mathbf{D}_c \mathbf{Z}^{(R)} + \mathbf{D}_s \mathbf{Z}_c\} \{\mathbf{D}_s \mathbf{Z}^{(R)} + \mathbf{D}_c \mathbf{Z}_c\}^{-1} \mathbf{Z}_c \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{Z}_c = \mathbf{Y}_c^{-1}$ ,  $2\mathbf{D}_c = \mathbf{D}(L) + \mathbf{D}(-L)$ ,  $2\mathbf{D}_s = \mathbf{D}(L) - \mathbf{D}(-L)$ である。これは、伝送線路のインピーダンス変換として良く知られている。多数のエバネッセントモードを含む場合には、逆行列を求めることが数値的に困難になる場合もある。なお、 $\mathbf{D}_t = \mathbf{D}_s \mathbf{D}_c^{-1}$ として、上式を変形し、

$$\mathbf{Z}^{(L)} = \mathbf{D}_t^{-1} \mathbf{Z}_c - \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{Z}_c \{\mathbf{Z}^{(R)} + \mathbf{D}_t^{-1} \mathbf{Z}_c\}^{-1} \mathbf{Z}_c \mathbf{D}_s^{-1} \quad (19)$$

とする方が数値的に安定であるとする報告もある [8]。

##### 3.1.2 接続部

図5のように接続部の等価回路である両端に複数ポートを有する理想変成器に関して、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i^{(R)} &= \Phi_{i,i+1} \mathbf{P}_{i+1}^{(L)} & (20) \\ \Phi_{i,i+1}^T \mathbf{V}_i^{(R)} &= \mathbf{V}_{i+1}^{(L)} & (21) \\ \mathbf{P}_{i+1}^{(L)} &= \mathbf{Z}_{i+1}^{(L)} \mathbf{V}_{i+1}^{(L)} & (22) \\ \mathbf{P}_i^{(R)} &= \mathbf{Z}_i^{(R)} \mathbf{V}_i^{(R)} & (23) \end{aligned}$$

ここで、添字  $i$  により区間数を表している。これらの関係より、インピーダンス変換は以下のよう求められる。

$$\mathbf{Z}_i^{(R)} = \Phi_{i,i+1} \mathbf{Z}_{i+1}^{(L)} \Phi_{i,i+1}^T \quad (23)$$

これは、理想変成器によるインピーダンス変換として良く知られている。 $\Phi_{i,i+1}$  は、式(8)を計算するだけであるから、エバネッセントモードを含めて  $\Phi_{i,i+1}$  のサイズ  $M_{i,i+1}$  を十分大きく取っても計算上の問題は生じない。

### 3.2 整合終端を伴うインピーダンス変換

接続面でのインピーダンス変換は常に安定に求めることができるが、3.1.1で示した線路部でのインピーダンス変換は、多数のエバネッセントモードを含む場合には、数値的に不安定になる場合がある。そこで、接続面でのモード結合は十分な数のモードを考慮し、区間内での伝送は、特定のモードのみを考慮することが考えられる。伝送を考慮しないモードは、接続面でのモード結合によって生じ、接続面の周りにのみ局在化しているものとする。図6に示すように、等価回路上では、これらのモードに対応するポートは、他のポートへ影響を与えないように、それぞれの高次モードに対応した特性インピーダンスで整合終端されていると考えること

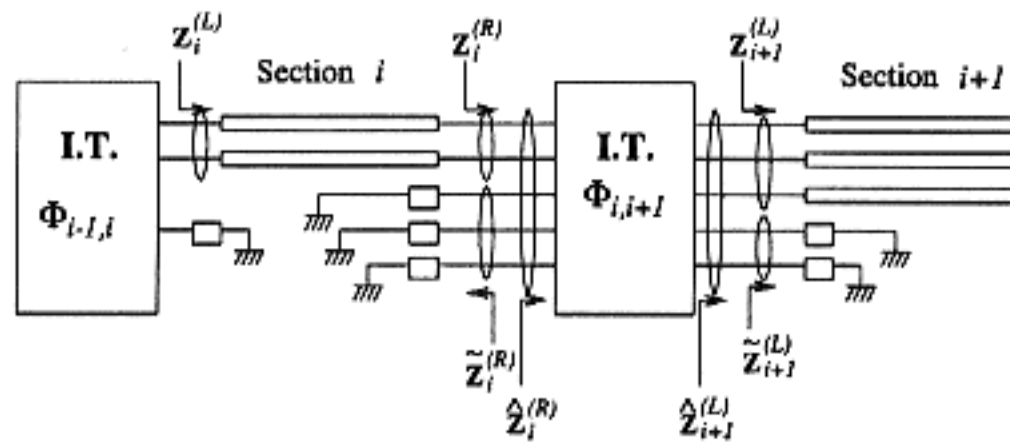


Figure 6 Impedance transformation with termination on several ports.

ができる。式(5)で、 $\gamma_{mn}L \gg 1$  の場合には、 $Z_1 = Z_2 \rightarrow Z_{cmn}, Z_3 \rightarrow 0$  であることからこの扱いが妥当であることが分かる。図6に示してある各種インピーダンスは、次のように定義する。

$Z_i^{(R)}$  : 第  $i$  区間での伝送を考慮するモードに関して、第  $i$  区間の右端から右側を見込んだインピーダンス行列

$Z_i^{(L)}$  : 第  $i$  区間での伝送を考慮するモードに関して、第  $i$  区間の左端から右側を見込んだインピーダンス行列

$\bar{Z}_i^{(R)}$  : 第  $i$  区間の右端に接続される整合終端を表すインピーダンス行列

$\bar{Z}_i^{(L)}$  : 第  $i$  区間の左端に接続される整合終端を表すインピーダンス行列

$\hat{Z}_i^{(R)}$  : 全てのモードに関して、第  $i$  区間の右端から右側を見込んだインピーダンス行列

$\hat{Z}_i^{(L)}$  : 全てのモードに関して、第  $i$  区間の左端から右側を見込んだインピーダンス行列

区間毎に異なるモード数の伝送を考慮するには、 $Z_i^{(L)}$  を  $\bar{Z}_i^{(R)}, Z_{i+1}^{(L)}, \bar{Z}_{i+1}^{(L)}$  で表す問題に帰着する。 $\bar{Z}_i^{(R)}$  及び  $\bar{Z}_{i+1}^{(L)}$  は、整合終端として用いる高次モードの特性インピーダンスからなる対角行列である。 $\hat{Z}_{i+1}^{(L)}$  は、

$$\hat{Z}_{i+1}^{(L)} = \begin{bmatrix} Z_{i+1}^{(L)} & 0 \\ 0 & \hat{Z}_{i+1}^{(L)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

と書けるから、式(23)により  $\bar{Z}_i^{(R)}$  が求まる。

$$\bar{Z}_i^{(R)} = \Phi_{i,i+1} \hat{Z}_{i+1}^{(L)} \Phi_{i,i+1}^T \quad (25)$$

第  $i$  区間右端におけるモード音圧、粒子速度ベクトルを伝送を考慮する成分  $\mathbf{P}_i^{(R)}, \mathbf{V}_i^{(R)}$  及び、接続面近傍にのみ局在化している成分  $\tilde{\mathbf{P}}_i^{(R)}, \tilde{\mathbf{V}}_i^{(R)}$  に分割すると、以下のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_i^{(R)} \\ \tilde{\mathbf{P}}_i^{(R)} \end{bmatrix} = \bar{Z}_i^{(R)} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i^{(R)} \\ \tilde{\mathbf{V}}_i^{(R)} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_i^{(R)} = -\bar{Z}_i^{(R)} \tilde{\mathbf{V}}_i^{(R)} \quad (27)$$

$N_i$  を第  $i$  区間での伝送を考慮するモード数として、 $\bar{Z}_i^{(R)}$  を  $N_i$  行  $N_i$  列で次のようにサブマトリクスに分割して表すと、

$$\bar{Z}_i^{(R)} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{i,11}^{(R)} & \bar{Z}_{i,12}^{(R)} \\ \bar{Z}_{i,21}^{(R)} & \bar{Z}_{i,22}^{(R)} \end{bmatrix} \quad (28)$$

式(26-28)より、 $Z_i^{(R)}$  が次のように求められる。



$$\mathbf{Z}_i^{(R)} = \bar{\mathbf{Z}}_{i,11}^{(R)} - \bar{\mathbf{Z}}_{i,12}^{(R)} \{ \bar{\mathbf{Z}}_{i,22}^{(R)} + \bar{\mathbf{Z}}_i^{(R)} \}^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{i,21}^{(R)} \quad (29)$$

$\mathbf{Z}_i^{(R)}$ を式(18)又は、(19)に代入すると $\mathbf{Z}_i^{(L)}$ が得られる。

以上の手順を各区間で繰り返すことで、放射端で与える放射インピーダンス行列を音源部での入力インピーダンス行列に変換することができる。声道中に狭めの区間がある場合には、伝送を考慮するモードとして平面波のみを対象として、等価線路上でのインピーダンス変換を安定に行なうことができる。全ての区間、接合面で考慮するモード数を1とした場合( $N_i = M_{i,i+1} = 1$ )には、従来の1次元モデルと等価である。

### 3.3 分岐の扱い

分岐部分のモード展開表現は、3つの管の接続面が同一平面上にあるような場合(並行な2管に分岐する形状)を除き、一般的には困難である。本モデルでは、各区間で考慮するモード数を独立に設定できるので、分岐部の近似表現として平面波のみを考えるものとする。従来の1次元モデルにおいては、音圧と体積速度を電圧、電流に対応させた電気的等価回路表現が用いられており、伝送線路の特性インピーダンスは区間の断面積に応じて変化する。本モデルでは、音圧、粒子速度のモード成分を電圧、電流に対応させて電気的等価回路表現を得ているため、平面波成分に対応する伝送線路の特性インピーダンスは、常に $\rho c$ である。このため、接続部でのインピーダンス変換を表すには、理想変成器が必要となる。

平面波成分が2つの管に分岐する場合、接続面での音圧、体積速度の連続条件は、各管を表す添字0,1,2を用いて次のように書ける。

$$\begin{aligned} \phi_0 P_0^{(R)} &= \phi_1 P_1^{(L)} = \phi_2 P_2^{(L)} \\ S_0 \phi_0 V_0^{(R)} &= S_1 \phi_1 V_1^{(L)} + S_2 \phi_2 V_2^{(L)} \\ \phi_n &= 1/\sqrt{S_n} \quad (n=0,1,2) \end{aligned} \quad (30)$$

$S_n$ は各管の断面積である。これより、インピーダンスに関する次の関係が容易に得られる。

$$\frac{1}{Z_0^{(R)}} = \frac{V_0^{(R)}}{P_0^{(R)}} = \frac{S_1}{S_0} \frac{1}{Z_1^{(L)}} + \frac{S_2}{S_0} \frac{1}{Z_2^{(L)}} \quad (31)$$

従って、図7の等価回路表現における理想変成器 $\mathbf{T}_b^T$ は、以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} P_{01}^{(R)} \\ P_{02}^{(R)} \\ V_{01}^{(R)} \\ V_{02}^{(R)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_b^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_b^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^{(L)} \\ P_2^{(L)} \\ V_1^{(L)} \\ V_2^{(L)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

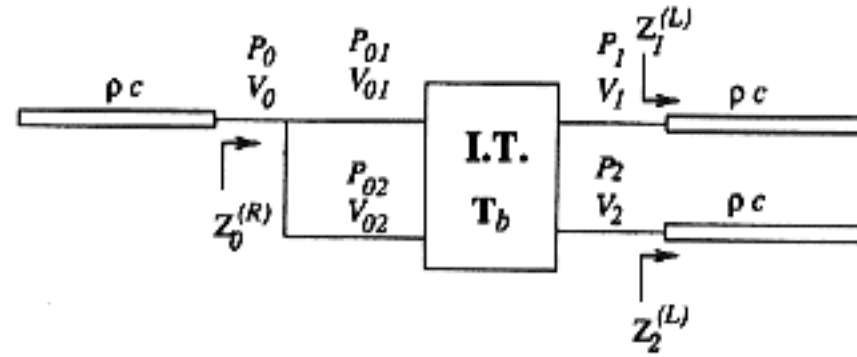


Figure 7 Impedance transformation at branch.

$$\mathbf{T}_b^T = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{S_0}{S_1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{S_0}{S_2}} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} P_0^{(R)} &= P_{01}^{(R)} = P_{02}^{(R)} \\ V_0^{(R)} &= V_{01}^{(R)} = V_{02}^{(R)} \end{aligned} \quad (34)$$

### 3.4 放射インピーダンス行列

最終区間の開口面における放射インピーダンス行列  $\mathbf{Z}_{rad}$  は、次のように与えられる [5]。

$$\mathbf{Z}_{rad} = [Z_{mn, st}] \quad (35)$$

$$Z_{mn, st} = \frac{jk\rho c}{2\pi} \iiint \phi_{mn}(x, y) \phi_{st}(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} dx' dy' dx dy \quad (36)$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

4重積分は開口面上で行なわれる。 $\mathbf{Z}_{rad}$ を得るには、その成分毎、周波数毎に上式を計算せねばならず、多大な計算コストが必要となる。この部分に関しては、5.1節で述べるように、事前に計算した $\mathbf{Z}_{rad}$ のテーブルから、指定された最終区間の形状、及び周波数に対応する $\mathbf{Z}_{rad}$ を補間により求める方法が有効である。

## 4. 伝達関数とモードパラメータの計算

### 4.1 放射パワーに基づく伝達関数

前節までの手順により、音源部での入力インピーダンス行列 $\mathbf{Z}_i^{(L)}$ が得られる。第1区間の領域 $\Omega_s$ において、音源の振動速度分布 $v_s(x, y)$ が与えられると、音源に関するモード音圧 $P_s$ 、粒子速度 $\mathbf{V}_s$ に関して以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_g &= \iint_{\sigma_g} \phi_i v_g(x, y) dS \\
 \mathbf{P}_g &= \mathbf{P}_g^{(L)} \\
 \mathbf{V}_g &= \mathbf{Y}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{V}_g^{(L)}
 \end{aligned} \tag{37}$$

ここで $\mathbf{Y}_g$ は、音源のアドミタンス行列であり、硬いピストン駆動の場合には、 $\mathbf{Y}_g = \mathbf{0}$ となる。上式より、入力音源部で以下の関係が得られる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_g^{(L)} &= ((\mathbf{Z}_g^{(L)})^{-1} + \mathbf{Y}_g)^{-1} \mathbf{V}_g \\
 \mathbf{V}_g^{(L)} &= (\mathbf{Z}_g^{(L)})^{-1} \mathbf{P}_g^{(L)}
 \end{aligned} \tag{38}$$

音響管内部は無損失としているから、開口端から放射される音響パワー $W_{rad}$ は、第1区間断面上でのアクティブインテンシティの総和に等しい。従って、以下の関係が得られる。

$$\begin{aligned}
 W_{rad} &= \iint_{S_1} \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{p_r^* v_n\} dS \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{ \iint_{S_1} (\phi^T \mathbf{P}_g^{(L)})^* \phi^T \mathbf{V}_g^{(L)} dS \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\mathbf{P}_g^{(L)})^* \mathbf{V}_g^{(L)}\}
 \end{aligned} \tag{39}$$

ここで $*$ は、共役転置を表す。遠方点での音圧 $p_r$ は、放射パワーの平方根に比例すると考えることができるから、 $p_r$ と音源体積速度との比を取ることで、次式で定義する伝達関数が得られる。

$$H = K \frac{\sqrt{W_{rad}}}{\iint_{\sigma_g} v_g(x, y) dS} \tag{40}$$

ここで、 $K$ は $H$ を無次元量とするための定数である。

#### 4.2 モードパラメータ

管内の音圧分布を求めるには、各区間でのモードパラメータ(式(1)における $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ )が必要となる。これらは、既に求められているインピーダンス行列を用いて、音源側から放射端側に向かって、逐次的に求めることができる。区間 $i$ での左右端でのモードパラメータベクトルを以下のように定義する。

- $\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{b}^{(i)}$ : 区間の左端で伝送を考慮するモードに関する前、後進波成分
- $\mathbf{a}^{(R)}, \mathbf{b}^{(R)}$ : 区間の右端で伝送を考慮するモードに関する前、後進波成分
- $\tilde{\mathbf{a}}^{(i)}, \tilde{\mathbf{b}}^{(i)}$ : 区間の左端で局所的に存在していると考え前、後進波成分  
整合終端されているので $\tilde{\mathbf{b}}^{(i)} = \mathbf{0}$

$\bar{\mathbf{a}}_i^{(R)}, \bar{\mathbf{b}}_i^{(R)}$ : 区間の右端で局所的に存在していると考える前, 後進波成分  
 整合終端されているので  $\bar{\mathbf{a}}_i^{(R)} = \mathbf{0}$

$\bar{\mathbf{a}}_i^{(L)}, \bar{\mathbf{b}}_i^{(L)}$ : 区間の左端での全ての前, 後進波成分

$$\bar{\mathbf{a}}_i^{(L)} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_i^{(L)} \\ \bar{\mathbf{a}}_i^{(L)} \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{b}}_i^{(L)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i^{(L)} \\ \bar{\mathbf{b}}_i^{(L)} \end{bmatrix}$$

$\bar{\mathbf{a}}_i^{(R)}, \bar{\mathbf{b}}_i^{(R)}$ : 区間の右端での全ての前, 後進波成分

以下, 各変数には, 上記成分と同様の意味の添字を付ける。

### 1. 第1区間左端 (音源部)

式(37)より,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_1^{(L)} &= \bar{\mathbf{a}}_1^{(L)} + \bar{\mathbf{b}}_1^{(L)} = \{(\hat{\mathbf{Z}}_1^{(L)})^{-1} + \hat{\mathbf{Y}}_g\}^{-1} \hat{\mathbf{V}}_g \\ \hat{\mathbf{V}}_1^{(L)} &= \hat{\mathbf{Z}}_c^{-1}(\bar{\mathbf{a}}_1^{(L)} - \bar{\mathbf{b}}_1^{(L)}) = \{\mathbf{I} + \hat{\mathbf{Y}}_g \hat{\mathbf{Z}}_1^{(L)}\}^{-1} \hat{\mathbf{V}}_g \end{aligned} \quad (41)$$

であるから, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{a}}_1^{(L)} &= \frac{1}{2} [\{(\hat{\mathbf{Z}}_1^{(L)})^{-1} + \hat{\mathbf{Y}}_g\}^{-1} + \{\hat{\mathbf{Z}}_c^{-1} + \hat{\mathbf{Y}}_g \hat{\mathbf{Z}}_1^{(L)} \hat{\mathbf{Z}}_c^{-1}\}^{-1}] \hat{\mathbf{V}}_g \\ \bar{\mathbf{b}}_1^{(L)} &= \{(\hat{\mathbf{Z}}_1^{(L)})^{-1} + \hat{\mathbf{Y}}_g\}^{-1} \hat{\mathbf{V}}_g - \bar{\mathbf{a}}_1^{(L)} \end{aligned} \quad (42)$$

### 2. 第*i*区間右端

区間長を  $L_i$  とすると, 伝送を考慮する成分  $\mathbf{a}_i^{(R)}, \mathbf{b}_i^{(R)}$  は,  $\mathbf{a}_i^{(L)}, \mathbf{b}_i^{(L)}$  より,

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i^{(R)} &= \mathbf{D}_i(-L_i) \mathbf{a}_i^{(L)} \\ \mathbf{b}_i^{(R)} &= \mathbf{D}_i(L_i) \mathbf{b}_i^{(L)} \\ \mathbf{P}_i^{(R)} &= \mathbf{a}_i^{(R)} + \mathbf{b}_i^{(R)} \\ \mathbf{V}_i^{(R)} &= \hat{\mathbf{Z}}_c^{-1}(\mathbf{a}_i^{(R)} - \mathbf{b}_i^{(R)}) \end{aligned} \quad (43)$$

一方, 式(26-28)から,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_i^{(R)} &= \bar{\mathbf{b}}_i^{(R)} = \hat{\mathbf{Z}}_i^{(R)} (\hat{\mathbf{Z}}_i^{(R)} + \hat{\mathbf{Z}}_{i,22}^{(R)})^{-1} \hat{\mathbf{Z}}_{i,21}^{(R)} \mathbf{V}_i^{(R)} \\ \hat{\mathbf{V}}_i^{(R)} &= -(\hat{\mathbf{Z}}_i^{(R)})^{-1} \hat{\mathbf{P}}_i^{(R)} \end{aligned} \quad (44)$$

となる。全てのモード成分に関して,

$$\hat{\mathbf{P}}_i^{(R)} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i^{(R)} \\ \bar{\mathbf{P}}_i^{(R)} \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{V}}_i^{(R)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i^{(R)} \\ \bar{\mathbf{V}}_i^{(R)} \end{bmatrix} \quad (45)$$

であるから,

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{a}}_i^{(R)} &= (\hat{\mathbf{P}}_i^{(R)} + \bar{\mathbf{Z}}_c \hat{\mathbf{V}}_i^{(R)})/2 \\ \bar{\mathbf{b}}_i^{(R)} &= \hat{\mathbf{P}}_i^{(R)} - \bar{\mathbf{a}}_i^{(R)}\end{aligned}\quad (46)$$

### 3. 第 $i$ 区間左端 ( $i > 2$ )

$i-1$  区間  $i$  区間の接続部では、式(9)より、

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_i^{(L)} \\ \hat{\mathbf{V}}_i^{(L)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{i-1,i}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\Phi}_{i-1,i}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_{i-1}^{(R)} \\ \hat{\mathbf{V}}_{i-1}^{(R)} \end{bmatrix}\quad (47)$$

となるから、

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{a}}_i^{(L)} &= (\hat{\mathbf{P}}_i^{(L)} + \bar{\mathbf{Z}}_c \hat{\mathbf{V}}_i^{(L)})/2 \\ \bar{\mathbf{b}}_i^{(L)} &= \hat{\mathbf{P}}_i^{(L)} - \bar{\mathbf{a}}_i^{(L)}\end{aligned}\quad (48)$$

#### 4.2.1 音圧分布の計算

第  $i$  区間内部の音圧分布は、区間を2つに分けて、左端、右端のパラメータにより以下のように求められる。

$$p(x, y, z) = \begin{cases} \hat{\phi}_i^T(x, y) \{ \hat{\mathbf{D}}(-z) \bar{\mathbf{a}}_i^{(L)} + \hat{\mathbf{D}}(z) \bar{\mathbf{b}}_i^{(L)} \} & (0 \leq z \leq L_i/2) \\ \hat{\phi}_i^T(x, y) \{ \hat{\mathbf{D}}(L_i - z) \bar{\mathbf{a}}_i^{(R)} + \hat{\mathbf{D}}(z - L_i) \bar{\mathbf{b}}_i^{(R)} \} & (L_i/2 < z \leq L_i) \end{cases}\quad (49)$$

## 5. 実 験

### 5.1 補間による $Z_{rad}$ の計算

$Z_{rad}$  は、開口面積、開口部の縦横比、波長を指定することで計算できるが、“開口部の縦横比” (形状パラメータ) と “波長と開口幅の比” (周波数パラメータ) が独立なパラメータである。従って、この2つのパラメータに関して2次元的なテーブルを用意しておく必要がある。実際のテーブルは、開口面積  $S_0 = 6.0 \text{ cm}^2$ 、温度  $T_0 = 25 \text{ Deg. C}$  を固定し、縦横比を 1.0~10.0 の範囲で 0.1 刻みで、また、周波数 100 Hz~10 kHz の範囲を 100 Hz 刻みで変化させた場合の  $Z_{rad}$  をテーブルの要素 (行列) として保持している。最終区間の開口面積、縦横比、及び指定の周波数、温度から “開口部の縦横比” と “波長と開口幅の比” の最も近い4つの  $Z_{rad}$  を選び、これらを2次元的に線形補間して指定形状、周波数に対する  $Z_{rad}$  の近似とする。 $Z_{rad}$  の各成分は、周波数に対して滑らかに変化するので、線形補間により比較的良好な近似性能が得られる。表1に補間により得られた平面波に対する成分 ( $Z_{00,00}$ ) と文献 [1] にある数値との比較を示す。周波数の増加に伴い虚部で最大1パーセント程度の誤差となっているが、十分な近似精度であると考

**Table 1** A comparison of  $Z_{00,00}$  for different width-height ratios  $R$ .

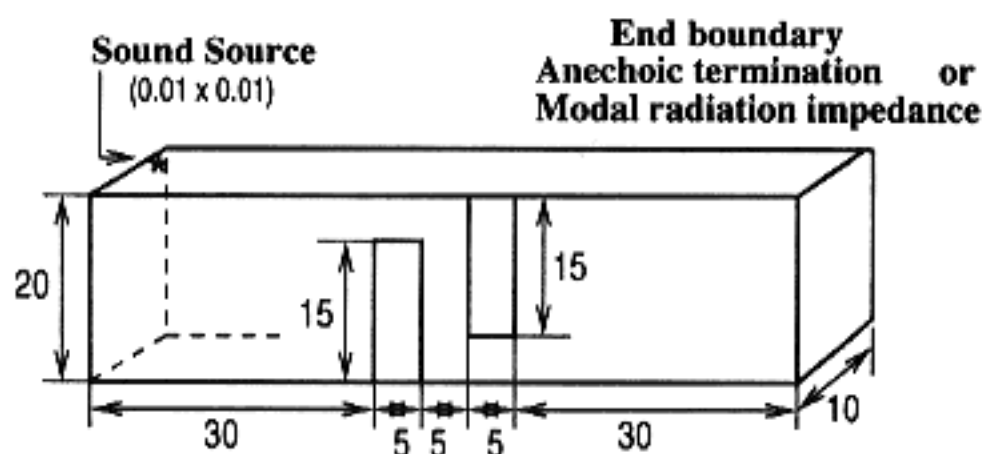
For each cell, upper value is in [1], and lower from "Table Look-up". Frequency corresponding  $k\sqrt{S}$  is evaluated with  $S=6.0$  [cm<sup>2</sup>] at temperature 25 [Deg. C].

$k\sqrt{S}$	Freq. [Hz]	$R=1$	$R=2$	$R=4$
0.5	1126.1	0.03924 + j0.23146	0.03910 + j0.22429	0.03864 + j0.20476
		0.03930 + j0.23098	0.03916 + j0.22381	0.03869 + j0.20429
1.0	2252.2	0.15056 + j0.43327	0.14854 + j0.41677	0.14179 + j0.37184
		0.15062 + j0.43230	0.14859 + j0.41580	0.14182 + j0.37091
4.0	9008.8	1.07097 + j0.41245	0.96803 + j0.45243	0.78323 + j0.53646
		1.07127 + j0.40869	0.96829 + j0.44876	0.78345 + j0.53297

えられる。

## 5.2 咬合を模擬した構成例

図8に示す門歯での咬合を模擬するような5区間構成に対して計算を行った。表2に各管のサイズ、考慮したモード数を示す。0.01 mm×0.01 mmの音源を管の角から0.5 mmの位置に配置している。終端のインピーダンスは、5.1節の放射インピーダンス行列、又は無反射終端を意味する各モードの特性インピーダンスからなる対角行列の2種類を与えた。



**Figure 8** Tube geometry of "occlusion-like" configuration.

**Table 2** Geometries and number of modes used for computation.

Section No.	Height [mm]	Width [mm]	Length [mm]	*Height offset [mm]	NT	NL	NR
1	20.0	10.0	30.0	0.0	2	3	3
2	5.0	10.0	5.0	7.5	1	3	3
3	20.0	10.0	5.0	0.0	2	3	3
4	5.0	10.0	5.0	-7.5	1	3	3
5	20.0	10.0	30.0	0.0	2	3	3

\*"Height offset" is the offset value of the tube axis relative to that of the last section.

NT : Number of modes considered for transmission

NL : Total number of modes considered at left side end of the section

NR : Total number of modes considered at right end of the section

## 5.2.1 音圧分布

図9に1,4,8kHzにおける音圧分布（振幅分布、及び相対位相分布）を示す。左側の各図は無反射終端を与えた場合、右側は放射インピーダンス行列を与えた場合である。

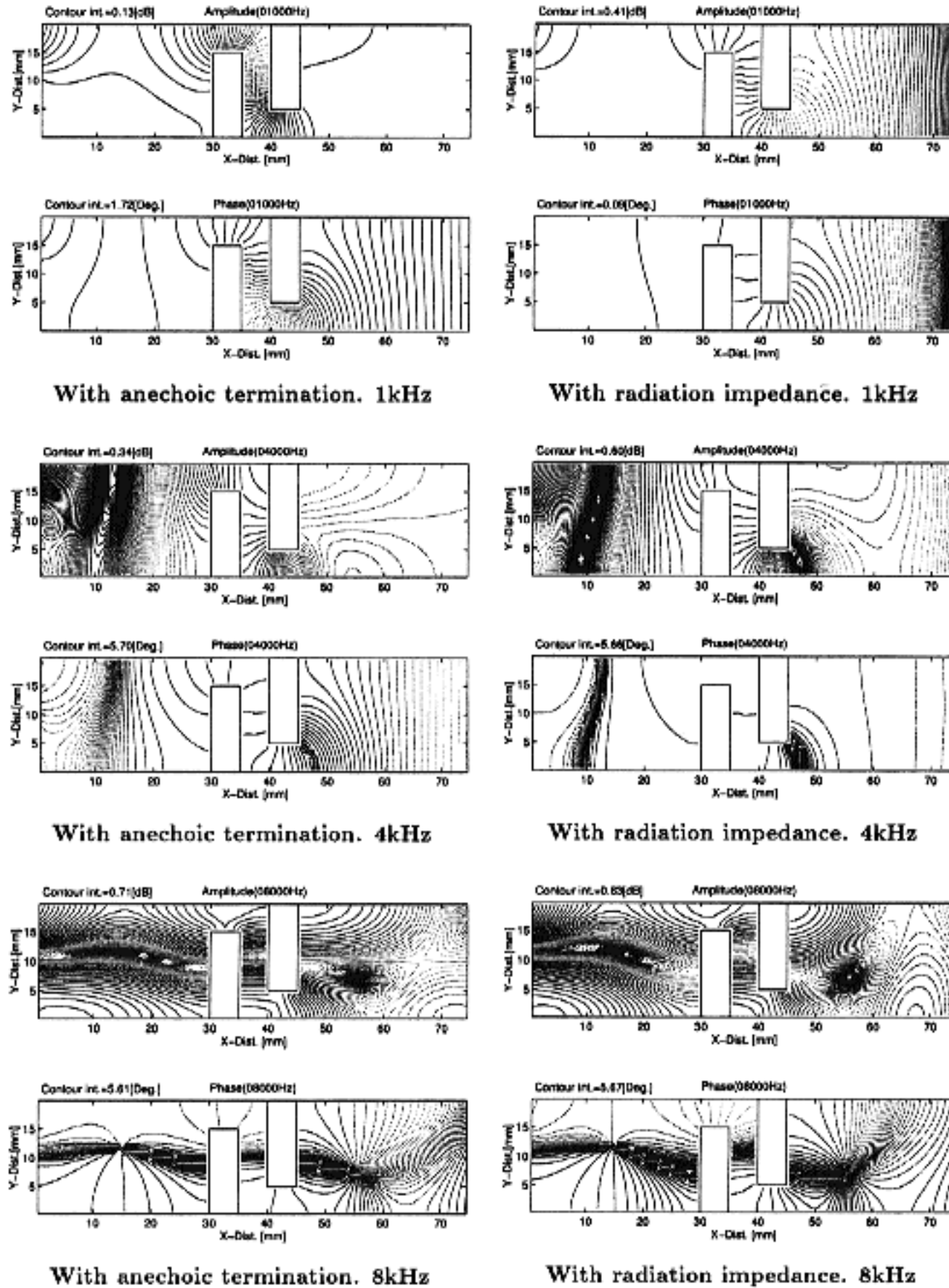


Figure 9 Amplitude and phase contours of sound-pressure distributions.

最初の高次モードの遮断周波数は 8.57 kHz であるから、これらの周波数における音圧分布に寄与している高次モードは、全てエバネッセントモードである。特に第 3 区間では、エバネッセントモードを考慮することで、むしろ上下方向への波面の伝搬が表現されている。1 kHz の結果は、終端インピーダンスの違いを非常に良く表している。無反射終端の場合には、最終区間では反射波がないため振幅分布はほぼ一様であり、終端に近づく程、位相等高線は等間隔に近くなる。放射インピーダンス行列を与えた場合には、放射端での反射のため振幅等高線が密になる。開口端でのモード結合により、開口面中央付近の音圧がやや高くなっていることが分かる。8 kHz では、最初の高次モードの遮断周波数に近くなるため、第 1 区間では、上下方向に強い定在波が存在するような音圧分布となっている。一般に周波数が高くなると放射に伴う反射波が減少し放射効率が増す。放射インピーダンス行列は、無反射終端条件に近づくから、8 kHz における 2 つの音圧分布はかなり類似したものとなっている。また、第 1, 5 区間で位相回転が見られ、その中心では位相が不連続となるから、音圧振幅は 0 となる。このような現象は、口腔部レプリカ内部の音圧分布計測 [4] でも確認されている。いずれの周波数でも、2 つの高次モード（最初の奇数次、及び偶数次モード）を考慮することで良好に音場が表現されており、本手法の有効性が確認できる。

### 5.2.2 咬合部の等価区間

咬合部では音場の変化は、上下方向が支配的である。前後方向の間隔は狭いことから、この部分ではむしろ上下方向に平面波が伝搬していると考えられることもできる。本手法では、モードパラメータとして各区間での成分が表現されているから、図 10 に示すように第 2 区間右端と第 4 区間左端の平面波のパラメータから、平面波に対して両者の関係を与える等価な管の長さ  $L_{eqv}$  と断面積  $S_{eqv}$  を求めることができる。これらの存在を仮定すると、音圧、体積速度に関しては、次の関係が書ける。

$$\begin{bmatrix} P_2^{(R)} \\ U_2^{(R)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL_{eqv}) & j\frac{\rho c}{S_{eqv}} \sin(kL_{eqv}) \\ j\frac{S_{eqv}}{\rho c} \sin(kL_{eqv}) & \cos(kL_{eqv}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4^{(L)} \\ U_4^{(L)} \end{bmatrix} \quad (50)$$

これより、

$$L_{eqv} = \frac{1}{k} \cos^{-1} \left\{ \frac{P_2^{(R)} U_2^{(R)} + P_4^{(L)} U_4^{(L)}}{P_2^{(R)} U_4^{(L)} + P_4^{(L)} U_2^{(R)}} \right\}, \quad (0 \leq L_{eqv} \leq \lambda/2) \quad (51)$$

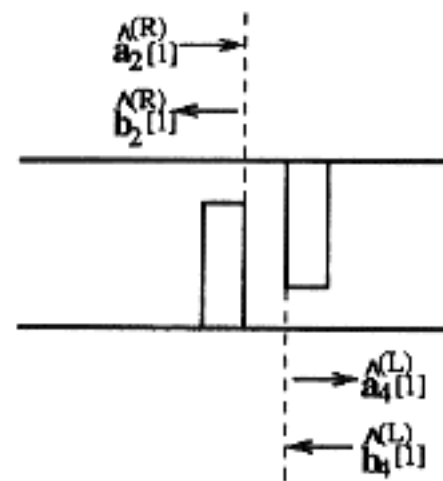


Figure 10 Parameters used for the estimation of an equivalent section.



及び,

$$S_{eqv} = \frac{j\rho c U_4^{(L)} \sin(kL_{eqv})}{P_2^{(R)} - P_4^{(L)} \cos(kL_{eqv})} \quad (52)$$

となる。ここで、 $k, \lambda$ は、波数及び波長である。また、各面の音圧、体積速度は、以下の通りである。

$$\begin{aligned} P_2^{(R)} &= \frac{1}{\sqrt{S_2}} \{ \hat{a}_2^{(R)} [1] + \hat{b}_2^{(R)} [1] \} \\ U_2^{(R)} &= \frac{\sqrt{S_2}}{\rho c} \{ \hat{a}_2^{(R)} [1] - \hat{b}_2^{(R)} [1] \} \\ P_4^{(L)} &= \frac{1}{\sqrt{S_4}} \{ \hat{a}_4^{(L)} [1] + \hat{b}_4^{(L)} [1] \} \\ U_4^{(L)} &= \frac{\sqrt{S_4}}{\rho c} \{ \hat{a}_4^{(L)} [1] - \hat{b}_4^{(L)} [1] \} \end{aligned} \quad (53)$$

$S_2, S_4$ は、各管の断面積を、“[1]”は、モードパラメータの平面波成分を表す。

図11, 12に各周波数毎に得られた結果を示す。等価長 $L_{eqv}$ に関しては、6 kHz程度まではほぼ一定値であるが、等価断面積 $S_{eqv}$ は、周波数の増加に伴い減少している。5 kHzまでの平均を求めると $L_{eqv} = 1.74$  cm,  $S_{eqv} = 0.56$  cm<sup>2</sup>である。最初の遮断周波数8.6 kHz以上では、 $S_{eqv}$ が実数とならない。このような高い周波数では、平面波に対する等価な管として扱うことは困難であると言える。

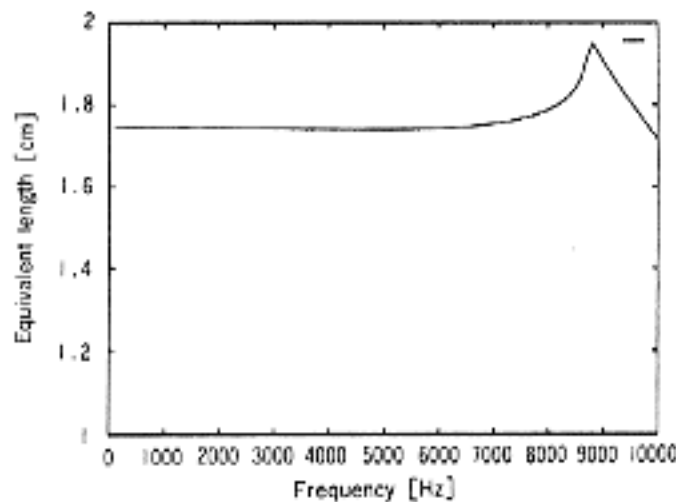


Figure 11 Equivalent length.

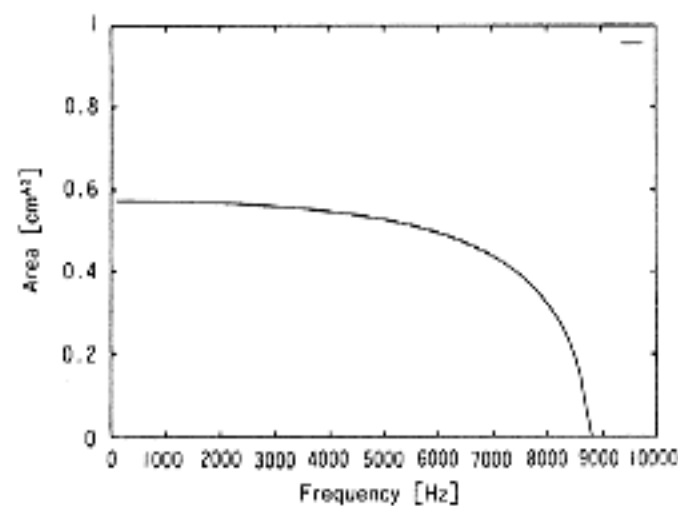


Figure 12 Equivalent area.

低い周波数域での平面波に対する等価な管のパラメータを、図8の物理的形状から直接的に求めるのは容易ではない。第3区間を上下方向の管とみなした場合、断面積0.5 cm<sup>2</sup>を有する完全な壁面がある部分は1 cmのみである。上下端の距離が2 cmであるから、上記の平均値 $L_{eqv} = 1.74$  cm,  $S_{eqv} = 0.56$  cm<sup>2</sup>は、妥当な値であると考えられる。このように提案手法により、

2次元又は3次元的に複雑な形状に対して、低域で有効な1次元等価モデルを得ることも可能である。

### 5.2.3 伝達特性

次の条件により、式(40)より伝達特性を求めた。

(a)：高次モードを考慮した場合。

(b)：高次モードを考慮しない場合（平面波モデル）。

(c)：(b)に同じ。ただし、第3区間は $L_{eqv}=1.74$  cm,  $S_{eqv}=0.56$  cm<sup>2</sup>を用いる。

結果を図13に示す。8 kHz以上の高域に高次モードによるピークが見られる。(a)と(b)では大きな差異が認められ、咬合部分を軸方向に基づく断面積関数で近似するのは妥当ではないことを示している。(c)では、第3区間を等価区間で置き換えているので、低域での共振特性は(a)に近付いている。しかしながら、音源位置、咬合部への入出力位置の非対称性は平面波モデルでは表現できないため、ピーク周波数は一致しない。エバネッセント高次モードは局所的な音場変化を表現するが、定性的には伝搬経路の屈曲を表しているとみなすこともできる。このため、高次モードを考慮した場合は、平面波モデルよりも常にピーク周波数が低域側に移動する。

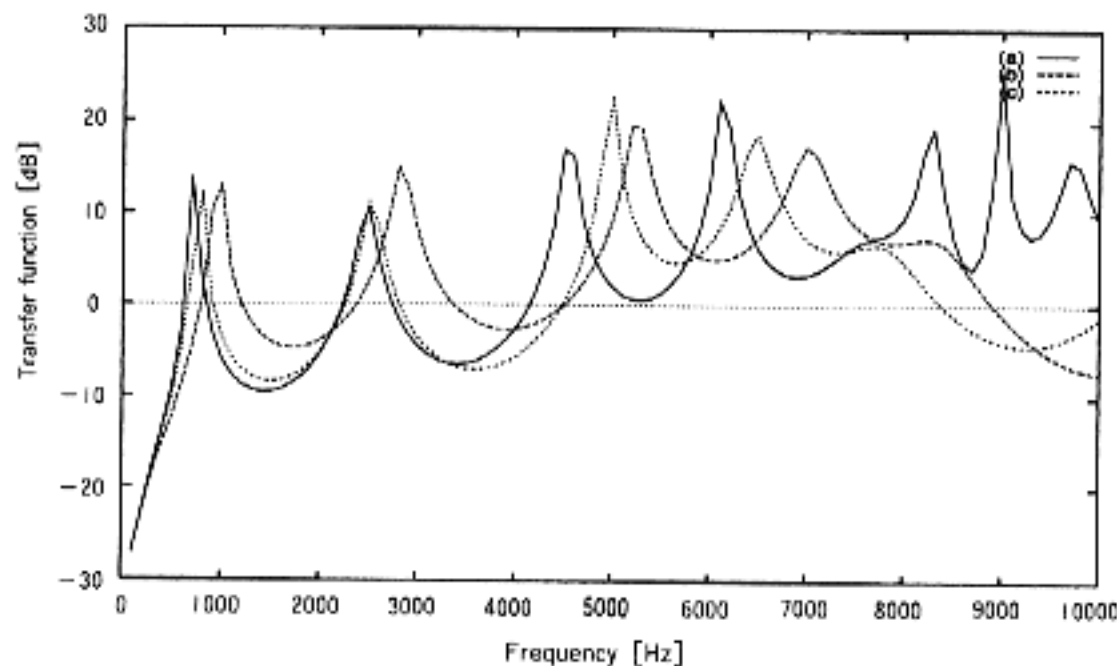


Figure 13 Transfer functions.

## 6. おわりに

3次元声道モデルの新しい表現手法を提案した。また、咬合を模擬した音響管構成に対して本手法を適用した結果を示した。このような局所的に形状変化の大きい管内音場を表す場合にも多数のエバネッセント高次モードは必要ないことが確認された。このことは、散乱行列表現

に基づく計算結果とFEMによる結果の比較においても既に示されている[7]。提案手法は、管内音場をモードパラメータで表現しているため、2次元又は3次元的に複雑な形状に対して、低域で有効な1次元等価モデルを得ることに利用できる。

今後、MRIによる実声道形状を矩形管近似し、音声生成過程における高次モードの影響を検討する予定である。

#### 謝辞

声道モデルの音響問題に関して御討論頂いた Pierre Badin 博士および Xavier Pelorson 博士（フランス音声通信研究所；Institut de la Communication Parlée, Grenoble, FRANCE）に感謝致します。

本研究の一部は、平成10年度文部省科学研究費補助金奨励研究(A)（課題番号09750522）、及び北海学園大学ハイテク・リサーチ・センター・プロジェクト“言語情報処理研究”により行われたものである。

#### 参考文献

- [1] Burnett, B.S. and Soroka, W.W., "Tables of Rectangular Piston Radiation Impedance Functions, with Application to Sound Transmission Loss through Deep Apertures," J. Acoust. Soc. Am., **51**, 1618-1623 (1971).
- [2] El-Masri, S., Pelorson, X., Saguet, P., and Badin, P., "Development of the transmission line matrix method in acoustics applications to higher modes in the vocal tract and other complex ducts," International Journal of Numerical Modelling, **11**, 133-151 (1998).
- [3] Matsuzaki, H., Motoki, K. and Miki, N., "Effects of shapes of radiational aperture on radiation characteristics," Proceedings 1998 International Conference on Spoken Language Processing, Sydney, Australia, Tu5 D6, 547-550 (1998).
- [4] Motoki, K., Miki, N., and Nagai, N., "Measurement of sound-pressure distribution in replicas of the oral cavity," J. Acoust. Soc. Am., **92**, 5, 2577-2585 (1992).
- [5] 元木邦俊, "放射過程におけるモード結合を考慮した音響放射パワーの計測法," 北海学園大学工学部研究報, **25**, 355-370 (1998).
- [6] 元木邦俊, "高次モードを考慮した声道音響モデルの構成法," 日本音響学会誌, **54**, 12, 850-856 (1998).
- [7] Motoki, K. and Matsuzaki, H., "An acoustic model to represent propagation and radiation of higher-order modes for three-dimensional vocal-tract configuration", Bulletin of the Faculty of Engineering Hokkai-Gakuen University, **26**, 359-372 (1999).
- [8] Pagneux, V., Amir, N., and Kergomard, J., "A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. Part I. Theory and validation," J. Acoust. Soc. Am., **100**, 2034-2048 (1996).